

Образец возможных решений

8 класс

М1 График квадратичной функции

$$f(x) = x^2 + 2px - p^2 + 7p - 2018$$

имеет три точки пересечения с осями координат A, B, C . Найдите значение p , при котором произведение длин отрезков $|OA| \cdot |OB| \cdot |OC|$ будет наименьшим.

Ответ: $7/2$.

Решение. Для того, чтобы парабола пересекала координатные оси в трех точках необходимо, чтобы уравнение имело два различных корня.

1. $D = 8p^2 - 28p + 8072 > 0 \quad \forall p \Rightarrow \exists x_1 \neq x_2$

2. $|OA| \cdot |OB| \cdot |OC| = |x_1| \cdot |x_2| \cdot |f(0)| = (\text{т Виета}) = (-p^2 + 7p - 2018)^2$
 $|OA| \cdot |OB| \cdot |OC| = (p^2 - 7p + 2018)^2$

3. $p = \frac{7}{2}$

М2. Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 58 баллам. При этом средняя оценка учеников 11 «А» класса составляет 54,5 балла, а учеников 11 «Б» класса – 62 балла. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 22 и не больше 39 учеников?

Ответ: 32 и 28.

Решение. Пусть в 11 «А» классе x учеников, а в 11 «Б» классе – y учеников.

1. Тогда

$$\frac{54,5x + 62y}{x + y} = 58 \Rightarrow 7x = 8y$$

2. $x = 8n, y = 7n$, где $n \in \mathbb{N}$. По условию

$$22 \leq 8n \leq 39, \quad 22 \leq 7n \leq 39$$

(отсюда $n = 3$ или 4), (отсюда $n = 4$ или 5),

поэтому $n = 4$. Значит, в классах соответственно 32 и 28 учеников.

Критерии оценивания заданий по математике

Общий подход

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует.
Задача	Баллы

М1	
Полное верное решение	7
Применяется условие $D = 8p^2 - 28p + 8072 > 0$, записывается теорема Виета, находится $f(0)$, но допускается ошибка в преобразованиях	5-6
Выполнены пункты 1 и 2 решения, не сделан вывод	4
Применяется условие $D = 8p^2 - 28p + 8072 > 0$, записывается теорема Виета, не находится третья точка пересечения с координатными осями $f(0)$	2-3
Даны общие утверждения задачи: парабола ветви вверх, дискриминант больше нуля.	1
Решение неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует.	0
М2	
Полное верное решение.	7
Получена зависимость между количеством учеников двух классов, но неправильно выполнена оценка количества учеников $22 \leq 8n \leq 39, \quad 22 \leq 7n \leq 39$	5
Получена зависимость между количеством учеников двух классов, но нет перехода к следующему рассуждению $x = 8n, y = 7n$, где $n \in \mathbb{N}$, дальнейший ответ угадан	3-4
Ответ угадан, нет обоснований	1
Решение неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует.	0

Ф1. Автомобиль с двигателем мощностью 30кВт при перевозке груза развивает скорость 15м\с. Автомобиль с двигателем мощностью 20кВт при тех же условиях развивает скорость 10м\с. С какой скоростью будут двигаться автомобили, если их соединить тросом?

Решение и критерии оценивания задачи.

Общая мощность, развиваемая двигателями

$$N = N_1 + N_2, \quad (1)$$

$$N = (F_1 + F_2)v, \quad (2)$$

$$F_1 = \frac{N_1}{v_1}, F_2 = \frac{N_2}{v_2}. \quad (3)$$

С учетом (3), получим:

$$v = \frac{(N_1 + N_2)v_1v_2}{N_1v_2 + N_2v_1} = 12,5 \text{ м} \setminus \text{с}.$$

1. Задача решена верно - 7 баллов.
2. Записаны формулы (3) - 1 балл.
3. Записаны формулы (2), (3) - 4 балла.
4. Суммирование пунктов 2, 3 недопустимо!

Ф2. Электрическая лампа мощностью 60Вт опущена в прозрачный калориметр, содержащий воду массой 600г. За время 5минут вода нагрелась на 4⁰С. Какую часть энергии, потребляемой лампой, калориметр пропускал наружу в виде излучения? Удельная теплоемкость воды 4200Дж/(кгС).

Решение и критерии оценивания задачи.

$$E = P\tau, \quad (1)$$

$$Q = cm\Delta t, \quad (2)$$

$$\eta = \frac{E - Q}{E} = \frac{P\tau - cm\Delta t}{P\tau}, \quad (3)$$

$$\eta = 0,44 \quad \text{или} \quad 44\%.$$

1. Задача решена верно - 7 баллов.
2. Записаны формулы (1) или (2) - 1 балл.
3. Записаны формулы (1), (2) - 4 балла.
4. Суммирование пунктов 2, 3 недопустимо!

МФ1. Колеса велосипедов у собак-ищеек в сказочной “ Стране дураков ” вращаются по следующим законам: $\varphi_1 = \varphi_{01} + \omega_{01}t + \varepsilon t^2$, $\varphi_2 = \varphi_{02} + \omega_{02}t + \frac{\varepsilon}{2}t^2$. Найти момент времени, когда угол вращения (φ) для первого колеса будет в два раза больше, чем для второго.

Решение и критерии оценивания задачи.

По условию $\varphi_1 = 2\varphi_2$. Тогда получаем, что $t = \frac{\varphi_{01} - 2\varphi_{02}}{2\omega_{02} - \omega_{01}}$.

1. Записана правильно конечная формула - 7 баллов.
2. Все остальные попытки не учитывать.

ФМ2. Ранним воскресным утром Корней, Матвей и Пантелей выехали из города на велосипедную прогулку. Матвей ехал со скоростью – 12 км/ч, Корней – 16 км/ч, а скорость Пантелея была 24 км/ч. Известно, что когда один ехал, то двое других отдыхали (одновременно двое не ехали). За три часа друзья проехали одинаковое расстояние. Найдите это расстояние.

Решение. В каждый момент времени ехал кто-то один, проехали одинаковое расстояние, путешествие закончилось через три часа, следовательно,

$$\frac{S}{12} + \frac{S}{16} + \frac{S}{24} = 3 \Rightarrow S = 16\text{км}$$

Критерии оценивания задачи МФ2

- 0 - задача не решена; отсутствует правильная идея решения задачи
- 2 - сделаны верные попытки к решению задачи, но решение не доведено до конца, указано, что $\frac{S}{12}$ – время, которое ехал первый, $\frac{S}{16}$ – время второго, $\frac{S}{24}$ – время третьего
- 3 – задача решена перебором
- 5-6 - составлено уравнение, но в решении допущена ошибка
- 7 – задача решена верно, сделан верный вывод