8 класс

Решения и примерные критерии оценивания решения

М1. Дано выражение $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$, где x, y – натуральные числа. Если x увеличить на 2, а y на 2 уменьшить, то значение выражения не изменится. Докажите, что $xy+1=z^2, z$ – натуральное число.

Решение.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{y-2}\Rightarrow\frac{y+x}{xy}=\frac{y+x}{(x+2)(y-2)}$$

$$xy=xy+2y-2x-4\Rightarrow y-x=2\Rightarrow y=x+2$$

$$xy+1=x(x+2)+1=(x+1)^2.$$

Критерии оценивания задачи М1

0 – рассмотрение конкретных примеров

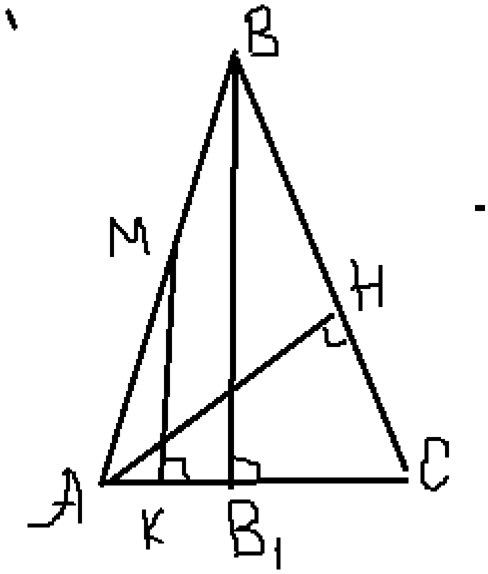
1 – правильно составлено равенство, дроби приведены к общему знаменателю

3 – найдена зависимость одной переменной через другую

4 – составлено выражение, зависящее от одной переменной, но не выделен полный квадрат

5 – задача решена верно

М2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$) проведена высота $h=AH$, а из точки M (середина AB) опустили перпендикуляр MK на сторону AC. Оказалось, что $AH=MK$. Чему равен периметр треугольника ABC, если $AK=a$?



Решение.

1. Проведем BB_1 перпендикулярно AC, следовательно, MK – средняя линия в треугольнике $ABB_1 \Longrightarrow KB_1 = a \Longrightarrow B_1C = 2a \Longrightarrow AC = 4a$.

2. $\triangle AMK = \triangle HCA$ (равные катеты) $\Longrightarrow AM = 4a \Longrightarrow AB = BC = 8a$.

3. $P_{ABC} = 8a + 8a + 4a = 20a$.

Критерии оценивания задачи М2
0 - задача не решена; отсутствует правильная идея решения задачи
1 – верно сделан чертеж к задаче
2 - доказано равенство $\triangle AMK = \triangle HCA$
3 - сделаны верные попытки к решению задачи, но решение не доведено до конца
5 – задача решена верно, сделан верный вывод

Ф1. Тело объема Vполностью полностью погружено и плавает в жидкости плотностью ρ. Тело вытащили из жидкости и нагрели до температуры его плавления, сообщив количество теплоты Q_1, а затем снова погрузили в жидкость. Через длительное время тело опять достали из жидкости и полностью расплавили, сообщив количество теплоты Q_2. Определить удельную теплоту плавления тела.

Решение. Когда тело находиться в жидкости: $mg = \rho gV$ или $m = \rho V$. Запишем закон сохранения для тепловых энергий: $Q_1 = cm\Delta t$, $Q_2 = cm\Delta t + \lambda m$. Откуда следует, что $\lambda = \frac{Q_2 - Q_1}{\rho V}$.

Критерии оценивания задачи Ф1
0 - задача не решена;
1- сделана попытка составить уравнение $mg = \rho gV$ для тела в жидкости;
3 – правильно составлены уравнения $Q_1 = cm\Delta t$, $Q_2 = cm\Delta t + \lambda m$, но решение не доведено до конца;
5 – получено решение в общем виде.

Ф2. Скорость направленного движения свободных зарядов в проводнике, к которому приложено постоянное напряжение, равна v_1. Найти скорость v_2, если напряжение и длину проводника увеличить в a раз. Величина заряда в обоих случаях остается постоянной.

Решение. Пусть $\rho_* = \frac{q}{V}$ – заряд, который находиться в единице объема. $V = Sl$. Так как заряд неизменен по условию, то – $\rho_{*1} = a\rho_{*2}$. Используя формулы $I = \frac{q}{t}, I = \frac{U}{R}, t = \frac{l}{v}, R = \frac{\rho l}{S}$, $\rho_* = \frac{q}{V}$, получим, что $v = \frac{US}{\rho \rho_* l}$. Откуда $v_2 = a v_1$.

Критерии оценивания задачи Ф2

0 - задача не решена;

1- сделана попытка записать одну из формул: $I = \frac{q}{t}, I = \frac{U}{R}, t = \frac{l}{v}, R = \frac{\rho l}{S}$;

3 – учтено, что ρ_* - заряд, который находиться в единице объема;

4- правильно составлена формула $v = \frac{US}{\rho \rho_* l}$;

5 – правильно решена задача.

Замечание: Если дано решение вида. $I = \frac{q}{t}, I = \frac{U}{R}, t = \frac{l}{v}, R = \frac{\rho l}{S}$. Тогда выражая скорость $v = \frac{US}{q\rho}$ видим, что длину проводника можно не учитывать. С учетом условия получаем, что$v_2 = a v_1$. Данное решение можно оценивать целиком в 3 балла.

ФМ1. Ранним воскресным утром Корней, Матвей и Пантелей выехали из города на велосипедную прогулку. Матвей ехал со скоростью – 12 км//ч, Корней – 16 км/ч, а скорость Пантелея была 24 км/ч. Известно, что когда один ехал, то двое других отдыхали (одновременно двое не ехали). За три часа друзья проехали одинаковое расстояние. Найдите это расстояние.

Решение. В каждый момент времени ехал кто-то один, проехали одинаковое расстояние, путешествие закончилось через три часа, следовательно,

$$\frac{S}{12} + \frac{S}{16} + \frac{S}{24} = 3 \Longrightarrow S = 16\text{км}$$

Критерии оценивания задачи МФ1

0 - задача не решена; отсутствует правильная идея решения задачи

1 - сделаны верные попытки к решению задачи, но решение не доведено до конца, указано, что $\frac{S}{12}$ – время, которое ехал первый, $\frac{S}{16}$ – время второго, $\frac{S}{24}$ – время третьего

3 – задача решена перебором

4 - составлено уравнение, но в решении допущена ошибка

5 – задача решена верно, сделан верный вывод

ФМ2. Куб имеет массу m. Какую массу будет иметь куб, если уменьшить длину его ребра в k раз.

Решение. $m = \rho a^3, m_1 = \rho(\frac{a}{k})^3$. Откуда следует, что $m_1 = k^{-3} m$.

Критерии оценивания задачи ФМ2

0 - задача не решена; отсутствует правильная идея решения задачи;
1- записана формула массы через плотность и объем;
5 – правильно решена задача (составлено уравнение, по действиям).