

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
10 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

1. Может ли так случиться, что число $a(b + c)$ оканчивается на 1, число $b + ac$ оканчивается на 2, число $c(a + b)$ оканчивается на 3 при некоторых натуральных a, b, c ?
2. У Пети есть белая клетчатая доска 2025×2025 . За один ход Петя выбирает линию (строку или столбец), в которой в данный момент все клетки белые, и перекрашивает какие-то 1000 клеток этой линии в чёрный. Какое наибольшее количество клеток Петя может в результате сделать чёрными?
3. Точка M — середина боковой стороны AB , а точка N — середина боковой стороны BC равнобедренного треугольника ABC . Точка D на отрезке AM выбрана так, что угол $CND = 90^\circ$. Луч CD пересекает прямую MN в точке E . Точка F отмечена на отрезке CN таким образом, что $BF = CE$. Докажите, что из отрезков DE , DF и MN можно сложить треугольник.
4. Найдите все натуральные n , при которых $11n - 1$ делится на $10n - 1$.
5. Лёша и Саша играют в крестики-нолики на бесконечной клетчатой доске. За свой ход Лёша ставит два крестика, а Саша — три нолика. Задача Лёши — собрать L-пентамино (уголок из 5 клеток) в любой ориентации. Может ли Саша ему помешать?