

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

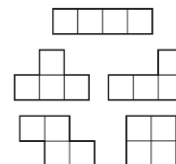
по МАТЕМАТИКЕ
7 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

-
1. В записи некоторого натурального числа цифру 0 поменяли на 5, а одну из цифр 2 — на 7. При делении нового числа на 37 в частном получилось 203, а в остатке 15. Найдите первоначальное число.
 2. Несколько школьников написали контрольную, и каждый получил за неё оценку: 2, 3, 4 или 5. Оказалось, что ровно половина школьников получила оценки 2 и 3, а получивших двойки ровно в пятеро меньше, чем получивших пятерки. Кроме того, сумма всех чётных полученных оценок равна сумме всех нечётных полученных оценок. Каких оценок было получено больше: пятёрок или четвёрок, и во сколько раз?
 3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и CE . Оказалось, что $2\angle AEC = \angle ADC$. Чему может быть равен угол BAC ?
 4. Прямоугольник какой наименьшей площади можно разрезать на тетрамино без остатка так, чтобы присутствовали фигурки тетрамино всех видов? Всего бывает 5 видов тетрамино (см. рисунок).
 5. Простое число p назовём *стандартным*, если существуют различные натуральные числа $(1 < a, b < \frac{p}{2})$ такие, что $ab - 2$ делится на p . Докажите, что существует лишь конечное число простых нестандартных чисел.



БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
8 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

1. Максим загадал четырёхзначное число. Если к числу прибавить его первую слева цифру, то получится на 9 больше, чем если прибавить его вторую цифру. А если к числу прибавить третью цифру, то получится на 8 больше, чем если прибавить четвёртую цифру. Какое число мог загадать Максим? Не забудьте указать все варианты и объяснить, что других нет.
2. Числа a и b таковы, что $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = 1$. Чему может быть равно $\frac{a}{2a+2} + \frac{b}{2b+2}$?
3. Сколькими способами в равенстве $\star\star + \star\star = 17\star$ можно заменить звёздочки цифрами так, чтобы оно было верным и все семь цифр были различными?
4. В трапеции $ABCD$ основание BC вдвое меньше боковой стороны AB . Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E . Докажите, что треугольник BCE — равнобедренный.
5. Паша хочет разместить n клетчатых полосок на доске 1×100 . Полоски должны располагаться по клеточкам и не могут вылезать за пределы доски. Длины всех n полосок должны быть различны. Полоски могут частично перекрываться, но ни одна не может полностью содержать другую. При каком наибольшем n такое возможно?

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
9 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

-
1. У Ирины есть 100 карточек с натуральными числами от 1 до 100. На каждой карточке написано по одному числу, все они различны. Как ей выложить их друг за другом таким образом, чтобы многозначное число, которое можно прочитать слева направо, было максимальным? Переворачивать карточки нельзя.
 2. На плоскости проведены девять прямых, они образовали 21 точку пересечения. В 19 из этих точек пересекаются две прямые, в одной — четыре, в одной — пять. Были ли среди прямых параллельные?
 3. Какое наибольшее количество клеток можно отметить в прямоугольнике 9×8 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не были соседними по стороне, а также не соприкасались друг с другом левым верхним и правым нижним углами?
 4. На столе лежат 20 карточек, на которых написаны числа $-9, -8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9, 10$. Каждый минуту производится следующая операция. Выбираются несколько карточек, сумма чисел на которых равна общему количеству карточек в данный момент, а затем выбранные карточки удаляются со стола, а числа на оставшихся карточках увеличивают на 1. Могло ли так произойти, что через некоторое количество шагов на столе останется ровно 1 карточка?
 5. Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC , в котором $\angle B = 60^\circ$. Биссектриса угла AIC пересекает отрезок AC в точке L . Точка O — центр описанной окружности треугольника BIL . Докажите, что середина отрезка OI лежит на прямой AC .

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
10 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

1. Может ли так случиться, что число $a(b + c)$ оканчивается на 1, число $b + ac$ оканчивается на 2, число $c(a + b)$ оканчивается на 3 при некоторых натуральных a, b, c ?
2. У Пети есть белая клетчатая доска 2025×2025 . За один ход Петя выбирает линию (строку или столбец), в которой в данный момент все клетки белые, и перекрашивает какие-то 1000 клеток этой линии в чёрный. Какое наибольшее количество клеток Петя может в результате сделать чёрными?
3. Точка M — середина боковой стороны AB , а точка N — середина боковой стороны BC равнобедренного треугольника ABC . Точка D на отрезке AM выбрана так, что угол $CND = 90^\circ$. Луч CD пересекает прямую MN в точке E . Точка F отмечена на отрезке CN таким образом, что $BF = CE$. Докажите, что из отрезков DE , DF и MN можно сложить треугольник.
4. Найдите все натуральные n , при которых $11n - 1$ делится на $10n - 1$.
5. Лёша и Саша играют в крестики-нолики на бесконечной клетчатой доске. За свой ход Лёша ставит два крестика, а Саша — три нолика. Задача Лёши — собрать L-пентамино (уголок из 5 клеток) в любой ориентации. Может ли Саша ему помешать?

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

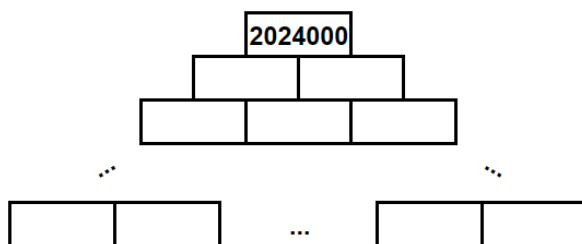
по МАТЕМАТИКЕ
11 класс

На выполнение работы отводится 235 минут

Участник олимпиады имеет право использовать свои чертежные принадлежности: циркуль, линейку. При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Запись решения каждой задачи желательно начинать с новой страницы. Черновик не оценивается.

-
1. Сумма чисел x, y, z (не обязательно целых) равна 1. Докажите, что произведение чисел $x + yz$, $y + zx$ и $z + xy$ неотрицательно.
 2. Сколькими способами в таблицу 2×3 (2 строки, 3 столбца) можно расставить числа от 1 до 6, каждое по одному разу, так, чтобы произведения чисел в строчках отличались в 5 раз?
 3. На каждом из 10 кирпичей, лежащих в основании пирамиды (см. картинку), написано натуральное число. На каждом из остальных кирпичей записано произведение двух чисел в кирпичах, на которых он лежит. В самом верхнем кирпиче написано 2024000. Сколько кирпичей с нечётными числами может быть в этой пирамиде?



4. Найдите все такие пары простых чисел p и q , что $p^{q-1} + q^{p-1}$ — точный квадрат.
5. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана AM . На луче AB отмечена такая точка D , что $\angle ADM = \angle ACM$, а на луче AC — такая точка E , что $\angle AEM = \angle ABM$. Описанные окружности треугольников ACD и ABE пересекаются в точках A и S . Докажите, что $AS \parallel BC$.